

绝密 ★ 考试结束前

全国 2020 年 8 月高等教育自学考试 高等数学(工本) 试题

课程代码:00023

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 5 小题,每小题 3 分,共 15 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 在空间直角坐标系中,点 $(-2, 0, 19)$ 在
A. oxy 平面上 B. oxz 平面上 C. oyz 平面上 D. y 轴上
2. 函数 $f(x, y) = |x| + |y|$, 在点 $(0, 0)$ 处
A. 连续 B. 间断 C. 偏导数存在 D. 可微
3. 设 $f(x)$ 具有连续的一阶导数且 $3x^2y^2 dx + yf(x) dy$ 是某函数 $u(x, y)$ 的全微分, 则
A. $f(x) = 3x^2$ B. $f(x) = 6x^2$ C. $f(x) = 2x^3$ D. $f(x) = 6x^3$
4. 以 $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ 为通解的微分方程是
A. $y'' + 3y' + 2y = 0$ B. $y'' - 3y' + 2y = 0$
C. $y'' + 3y' + 2 = 0$ D. $y'' - 3y' + 2 = 0$
5. 下列无穷级数中,发散的无穷级数是
A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 5 空,每空 2 分,共 10 分。

6. 设向量 $\alpha = \{4, -2, 6\}$, $\beta = \{1, 1, -1\}$, 则 $\alpha + 2\beta =$ _____.

7. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(xy)}{x} =$ _____.

8. 设 $C: x + y = 1 (0 \leq x \leq 1)$, 则对弧长的曲线积分 $\int_C \sqrt{2} ds =$ _____.

9. 微分方程 $y'' + 9y = 18$ 的特解 $y^* =$ _____.

10. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, $f(x)$ 的傅里叶级数为 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^{n-1}}{n^2} \cos nx + \frac{4}{n} \sin nx \right)$, 则 $f(x)$ 的傅里叶系数 $b_1 =$ _____.

三、计算题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。

11. 已知直线 L 过点 $P(-1, -1, 2)$, 并且与平面 $\pi: 2x - y + z = 0$ 垂直, 求直线 L 的方程.

12. 设函数 $z = e^{x+y} \sin(x - 2y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$.

13. 设函数 $z = x^3 y + x y^3$, 求全微分 dz .

14. 设方程 $xyz - \ln z = 0$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

15. 设函数 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, 求 $f(x, y)$ 在点 $(1, 2)$ 处的梯度 $\text{grad}f(1, 2)$.

16. 计算二重积分 $\iint_D (x^2 + y^2)^2 dx dy$, 其中积分区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$.

17. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x + 3y + 3z) dx dy dz$, 其中积分区域 $\Omega: 0 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1$.

18. 计算对坐标的曲线积分 $\int_C (x - 2y) dx + (2x - y) dy$, 其中 C 是由点 $(-1, 3)$ 沿直线 $2x + y = 1$ 到点 $(0, 1)$ 的直线段.

19. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{1+2x}{1+2y}$ 满足 $y(0) = 1$ 的特解.

20. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 3x$ 的通解.

21. 判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2 \cdot 5^n}$ 的敛散性.

22. 将函数 $f(x) = \frac{1}{3+x}$ 展开为 x 的幂级数, 并写出收敛区间.

四、综合题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

23. 求函数 $f(x, y) = 7 + 14x + 32y - 8xy - 2x^2 - 10y^2$ 的极值.

24. 求曲线 $x = t, y = t^2, z = t^3$ 在 $t = 1$ 对应点处的法平面方程.

25. 用定义证明无穷级数 $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} + \cdots$ 收敛, 并且收敛于 1.